

# 计算机数值模拟在顺序输送管道中的应用

张 娟<sup>1</sup>, 张青松<sup>2</sup>

(1. 无锡阳工机械制造有限公司, 江苏 无锡 214174 2 无锡爱加工程设计有限公司, 江苏 无锡 214072)

**摘 要:** 两油品间的混油过程是二维对流占优的扩散过程, 常用的数值方法存在较大的数值扩散或较大的非物理性振荡现象。将特征线方法和有限差分法相结合, 提出了一种求解对流占优扩散方程新的数值解法——双时间分裂法。双时间分裂法具有计算速度快、存储量小且无条件稳定等优点。把算法运用到成品油顺序输送中的混油, 对对流占优扩散方程进行了求解, 数值计算结果与实际操作经验相符, 很好地解释了混油的形成与发展, 证明了双时间分裂法的准确性。

**关键词:** 计算机; 时间分裂法; 混油; 数值计算; 扩散

**文章编号:** 1006-5539(2010)03-0025-04 **文献标识码:** A

## 0 前言

顺序输送管道中油品交替时, 在接触面处将产生一段混油<sup>[1]</sup>。掌握混油浓度随时间和位置的变化规律, 是研究顺序输送技术、指导作业调度、计算混油量和正确实施管道终端切换油品的重要条件。传统的分析方法是经过大量简化的一维混油模型, 但是在解释混油的形成、发展及截面速度分布对混油影响上不够精确。

两油品间的混油过程其实是二维对流占优扩散过程。对对流占优的扩散方程的求解前人进行了许多有益的探讨和研究<sup>[2~5]</sup>。而且对流占优的扩散问题在实际工程中经常会遇到, 如何准确地数值求解值得研究。由于对流项占优, 一些常用的数值法将会遇到某些共有困难。例如计算出来的数值具有较大的数值扩散或较大的非物理性振荡现象。因此研究对流占优问题的新数值法具有十分重要的意义。本文采用时间分裂法将二维对流扩散方程分为纯对流方程和纯扩散方程。借助于特征线法求解纯对流方程。对于纯扩散方程求解, 由于有限差分法具有概念清晰、容易编程实现等优点, 广泛用于各种偏微分方程的求解, 因此被采纳。但离散的代数方

程组是五对角形式, 不能用追赶法求解, 因而影响计算效率。本文再次使用时间分裂法(即交替方向隐式法)可将构成的差分五对角形成格式转化为三对角线形方程组, 使其转化为一维隐式格式, 它具有计算速度快、存储量小且无条件稳定等优点<sup>[6]</sup>。

## 1 混油机理

在不同的流态下, 油品在管道内交替时产生混油的机理是不同的。

在层流或者紊流强度不大的流动情况下, 由于管中心液体的流速要比平均流速大一倍, 这使得后行油品的油头呈楔形钻入前行油品当中。造成了截面上两种油品的不均匀分布<sup>[7]</sup>。同时在油品的比重差及浓度差作用下, 两种油品相互扩散, 并由此造成了相当大的混油量。因此层流时的混油主要是由于管道截面上流速的不均匀分布造成的。

紊流时, 其混油界面的速度分布比较均匀, 对流传递不显著, 扩散传递过程成为影响混油的主要原因<sup>[8]</sup>。紊流中的涡流扩散引起一个附加的扩散, 在径向上, 该附加扩散比分子扩散大很多, 这大大加强了径向分子扩散的作用。紊流轴向扩散对传递过程的影响可以忽略不计, 因而径向扩散阻碍了混油的

收稿日期: 2009-09-15

作者简介: 张 娟(1981-)女, 江苏泰兴人, 助理工程师, 学士, 主要从事机械制造与自动化。电话: 13771148035

轴向伸展,使得紊流时的混油大大少于层流。因此,为减少混油,顺序输送管道应在紊流状态下运行。

## 2 混油模型

### 2.1 基本方程

为推导顺序输送混油数学模型,特作出如下假设:

·仅考虑速度分布、分子扩散及紊流脉动扩散对混油的影响;

·速度边界层采用三层结构模型,速度分布用经验公式;

·流动为充分发展的紊流,单一油品区和混合区具有相同的速度分布;

·浓度量采用时均值,引入紊流扩散系数,综合扩散系数为分子扩散系数和紊流扩散系数之和。

由组分连续性方程和 Fick扩散定律得圆柱坐标系下描述混油过程的数学模型为<sup>[2]</sup>:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( D \frac{\partial c}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial c}{\partial x} \right) \quad (1)$$

边界条件:

$$\begin{aligned} \tau=0 \quad x=0 \quad c &= \xi \\ \tau>0 \quad x=0 \quad c &= 0 \\ \tau=0 \quad x>0 \quad c &= 1 \\ \tau \geq 0 \quad x \rightarrow +\infty, \quad c &= 1 \\ \tau \geq 0 \quad (\partial c / \partial r)|_{r=0} = (\partial c / \partial r)|_{r=R} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $c$ 为油品 A的相对体积浓度;  $\xi$ 为油品 A初始体积浓度,取 0.5;  $x$ 为距管道起点的距离,  $m$ ;  $r$ 为径向坐标,  $m$ ;  $\tau$ 为时间,  $s$ ;  $R$ 为管道半径,  $m$ ;  $u$ 为管道内油流速度,  $m/s$ ;  $D$ 为综合扩散系数。

### 2.2 管内速度分布与扩散系数

$$\begin{aligned} u^+ &= y^+ \quad D=D_1 \text{层流底层, } y^+ \leq 5 \\ u^+ &= -3.05 + 5.0 \ln y^+ \quad D=D_b = u_* (R-r)/5 \\ &- \nu + D \text{缓冲层, } 5 < y^+ \leq 30 \\ u^+ &= 5.5 + 2.5 \ln y^+ \quad D=D_t = u_* r(R-r)/(2.5R) \text{紊流核心区, } y^+ > 30 \end{aligned}$$

式中:  $y^+ = y u_* / \nu$ ;  $u^+ = u / u_*$ ;  $D_1$ 为分子扩散系数;  $u_*$ 为摩擦速度;  $y$ 为某点距管壁距离;  $\nu$ 为运动粘度。

## 3 数值求解

求解思路是在任一时步  $[\tau, (\tau + \Delta\tau)]$ , 将

对流扩散方程 (1)分解成纯对流方程和纯扩散方程,在  $[\tau, (\tau + 1/2)\Delta\tau]$ 半时步用特征线法求解纯对流方程。在  $[(\tau + 1/2)\Delta\tau, (\tau + 1)\Delta\tau]$ 半时步用差分法求解纯扩散方程。二维混油模型纯扩散方程隐式差分方程组是五对角形式,化五对角阵为三对角阵,于是可用追赶法求解。最方便的分解法是把未知数为沿  $x$ 和  $r$ 方向的两组。将对流扩散方程离散为:  $x = i = 1, 2, 3, \dots, i_{max}; r = j = 1, 2, 3, \dots, j_{max}; \tau = \Delta\tau = 1, 2, 3, \dots, n_{max} \Delta\tau$  为离散网格尺寸。

纯对流方程

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \zeta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} x \in [0, +\infty) \quad r \in [0, R) \quad \tau \in [\tau, (\tau + \frac{1}{2})\Delta\tau] \\ \zeta(x, r, \tau) = \zeta(x', r, \tau) \end{aligned} \quad (4)$$

沿特征线法

$$\frac{dx}{d\tau} = 2u \quad (5)$$

离散式为

$$x|_{(\tau + 1/2)\Delta\tau} = x'|_{\tau} + u\Delta\tau \quad (6)$$

$$\zeta(x', r, (\tau + (1/2)\Delta\tau)) = \zeta(x', r, \tau) \quad (7)$$

纯扩散方程:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \zeta}{\partial \tau} = D \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \quad (8)$$

$$\begin{aligned} x \in [0, +\infty) \quad r \in [0, R) \quad \tau \in [(\tau + \frac{1}{2})\Delta\tau, (\tau + 1)\Delta\tau] \end{aligned}$$

$$\zeta(x, r, (\tau + \frac{1}{2})\Delta\tau) = \zeta(x, r, (\tau + \frac{1}{2})\Delta\tau) \quad (9)$$

$$\zeta(x, r, (\tau + 1)\Delta\tau) = \zeta(x, r, (\tau + 1)\Delta\tau) \quad (10)$$

在纯扩散方程进行离散时,交替方向隐式由  $[(\tau + 1/2)\Delta\tau, (\tau + 1)\Delta\tau]$ 时间层内分两步计算,中间引入一个过渡层  $(\tau + 3/4)\Delta\tau$

在  $[(\tau + 1/2)\Delta\tau, (\tau + 3/4)\Delta\tau]$ 时间层内,对空间变量  $x$ 的偏导使用显式,对空间变量  $r$ 的偏导使用隐式,得到二维离散化混油纯扩散方程为

$$\begin{aligned} \frac{\zeta_{2,i,j}^{\tau+3/4} - \zeta_{2,i,j}^{\tau+1/2}}{\Delta\tau/2} = D \left[ \frac{\zeta_{2,i+1,j}^{\tau+3/4} - 2\zeta_{2,i,j}^{\tau+3/4} + \zeta_{2,i-1,j}^{\tau+3/4}}{\Delta r^2} + \right. \\ \left. \frac{\zeta_{2,i+1,j}^{\tau+1/2} - 2\zeta_{2,i,j}^{\tau+1/2} + \zeta_{2,i-1,j}^{\tau+1/2}}{\Delta x^2} \right] + \frac{D(\zeta_{2,i+1,j}^{\tau+3/4} - \zeta_{2,i+1,j}^{\tau+1/2})}{2\Delta r^2} \end{aligned} \quad (11)$$

在  $[(\tau + 3/4)\Delta\tau, (\tau + 1)\Delta\tau]$ 时间层内,对空间

变量  $X$  的偏导使用隐式, 对空间变量  $x$  的偏导使用显式, 得到二维离散化混油纯扩散方程为

$$\frac{\xi_{i,j}^{n+1} - \xi_{i,j}^{n+3/4}}{\Delta \tau / 2} = D \left[ \frac{\xi_{i+1}^{n+3/4} - 2\xi_{i,j}^{n+3/4} + \xi_{i-1}^{n+3/4}}{\Delta \hat{x}^2} + \frac{\xi_{i+1/2,j}^{n+1/2} - 2\xi_{i,j}^{n+1/2} + \xi_{i+1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta \hat{x}^2} \right] + \frac{D_c(\xi_{i+1}^{n+3/4} - \xi_{i-1}^{n+3/4})}{2\Delta \hat{x}^2} \quad (12)$$

将式 (11) 与 (12) 转化为交替方向隐式格式 (AD 格式) 为

$$[D / (2j \times \Delta \hat{x})] \xi_{i,j}^{n+3/4} + [2/\Delta \tau + 2D/\Delta \hat{x}^2] \xi_{i,j}^{n+3/4} - [D/\Delta \hat{x}^2 + D/2\Delta \hat{x}] \xi_{i+1}^{n+3/4} = D_c(\xi_{i+1/2}^{n+1/2} - 2\xi_{i,j}^{n+1/2} + \xi_{i+1/2}^{n+1/2})/\Delta \hat{x}^2 + 2\xi_{i,j}^{n+1/2}/\Delta \tau \quad (13)$$

$$[-D/\Delta \hat{x}] \xi_{i+1}^{n+1} + [\Delta \tau / 2 + 2D/\Delta \hat{x}] \xi_{i,j}^{n+1} + [-D/\Delta \hat{x}] \xi_{i-1}^{n+1} = [2/\Delta \tau] \xi_{i,j}^{n+3/4} + D_c[(\xi_{i+1}^{n+3/4} - \xi_{i-1}^{n+3/4})/2\Delta \hat{x}] + D_c[\xi_{i+1}^{n+3/4} - 2\xi_{i,j}^{n+3/4} + \xi_{i-1}^{n+3/4}]/\Delta \hat{x}^2 \quad (14)$$

## 4 边界条件处理

### 4.1 $\epsilon=0$

为克服奇异现象, 用直角坐标形成的对流扩散方程, 纯扩散方程可化为一维隐式差分格式。

$$[-D_c \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}] \xi_{i+1,0}^{n+1} + [1 + 4D_c \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 + 2D_c \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}] \xi_{i,0}^{n+1} + [-D_c \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}] \xi_{i-1,0}^{n+1} = [4D_c \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2] \xi_{i,0}^{n+1/2} + \xi_{i,0}^{n+1/2} \quad (15)$$

### 4.2 $\epsilon=R$

$$[-D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}] \xi_{i+1,m}^{n+1} + [1 + 2D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 - D_1 \times \Delta \tau / (R \times \Delta \hat{r}) + 2D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}] \xi_{i,m}^{n+1} + [-D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}] \xi_{i-1,m}^{n+1} = [D_1 \times \Delta \tau \times (2 - \Delta \hat{r} / R) / \Delta \hat{x}^2] \xi_{i,m-1}^{n+1/2} + \xi_{i,m}^{n+1/2} \quad (16)$$

### 4.3 $\epsilon=j\Delta r$

在层流底层与缓冲层的交界点处, 因速度与扩散系数不同于这两个区域, 故因单独建立浓度平衡方程式。

$$[1 / (2 \times j) \times D_b \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 \times \xi_{i,b+1}^{n+3/4} + [1 + D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 \times (1 + 1/2j) + D_b \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 \times (1 - 1/2j) + D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 + D_b \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2] \xi_{i,b}^{n+3/4} + [-1 - 1/2j] \times D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 \times$$

$$\xi_{i,b+1}^{n+3/4} = 1/2 \times [D_b \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 \times D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2] \times (\xi_{i+1/2,b}^{n+1/2} + \xi_{i+1/2,b}^{n+1/2}) + \xi_{i,b}^{n+1/2} \quad (17)$$

$$[(D_b + D_1) / 2 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2] \times \xi_{i-1,b}^{n+1} - [1 + D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 \times (1 + 1/2j) + D_b \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 \times (1 - 1/2j) + D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 + D_b \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2] \xi_{i,b}^{n+1} + [(D_b + D_1) / 2 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2] \xi_{i+1,b}^{n+1} = [(1/2j) - 1] \times D_b \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2 \times \xi_{i,b-1}^{n+3/4} - [(1 + 1/2j) \times D_1 \times \Delta \tau / \Delta \hat{x}^2] \times \xi_{i,b+1}^{n+3/4} + \xi_{i,b}^{n+3/4} \quad (18)$$

### 4.4 $\epsilon=j\Delta r$

缓冲层和紊流核心区交界结点  $i$  纯扩散方程隐式差分方程类似与式 (17)、(18), 仅需将  $j, D_b, D_1$  分别换成  $i, D_b, D_1$  方程在此略。

## 5 算例分析

假设管长 30 km 内径为 500 mm 的成品油管道中, 以 1 m/s 速度顺序输送两种牌号的柴油, 取  $D_1 = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \nu = 6 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , 轴向结点  $i=1, 2, 3, \dots, 30\ 000$  径向结点  $j=1, 2, 3, \dots, 50$ , 截面上浓度分布如图 1 所示。

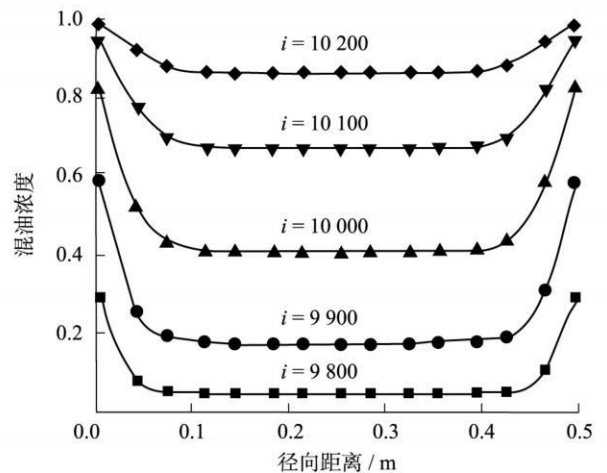


图 1 截面上浓度分布

图 1 给出了后行油品前行 10 000 时, 轴向结点  $i=9\ 800, 9\ 900, 10\ 000, 10\ 100, 10\ 200$  五个截面上的径向浓度分布。可发现混油段在任一截面上浓度分布比较均匀, 管壁附近, 浓度梯度较大。这是因为在紊流状态下输送油品, 紊流核心区内的紊流扩散强度要比分子扩散大得多, 强劲的紊流径向扩散,

使液体质点发生剧烈的横向交换,中心区域内速度较快的油品把边缘滞后的油品迅速带走,大大缩短了混油段长度;而在管壁附近,横向脉动效应弱,分子扩散占优使得浓度分布趋于均匀一致的能力较弱,因此,顺序输送总是取紊流而避免层流。同时在图中也明显地显示出了沿管道轴向,中心浓度梯度存在先增加后减少的变化趋势,但变化幅度并不均匀,这正与工程上发现的混油段相对于50%浓度的混油界面不对称的现象相吻合。因此,产生混油浓度非对称分布的原因,除了初始混油、后行油品对前行油品的冲刷等因素外,管道横截面速度分布的不均匀性对混油浓度非对称分布的影响也是比较显著的。

随着油品在管内运行时间的增大,混油段增大,但增长率下降。这是因为随着混油界面不断前进,对流与扩散作用均在进行,故混油段逐渐增大,但是,由于沿轴向的浓度梯度下降,扩散传质作用下降,因而混油段的增长率逐渐下降。

从图2也可明显地看出截面平均浓度分布关于50%的混油截面并非对称,混油头短,混油尾长,这与实际相符。

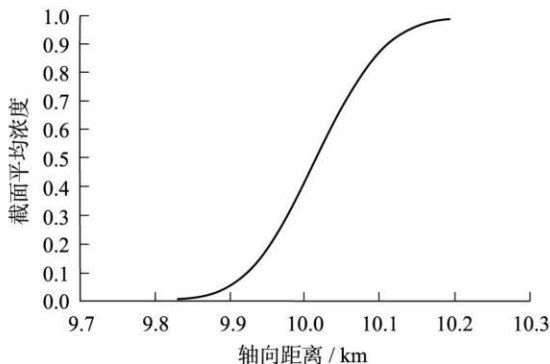


图2 混油浓度分布

## 6 结论

本文将特征线方法和有限差分法相结合,给出了一种求解对流占优扩散方程数值解——双时间分裂法,并把此算法应用到成品油顺序输送中,求解结果较好地解释了速度分布及边界层对混油的影响。从而证明了该方法准确性。而且此方法与同类方法相比较,具有计算速度快、存储量小且无条件稳定等优点,同时也具有概念清晰、易于实现等特点。

参考文献:

- [1] 康正凌, 宫敬, 严大凡. 成品油管道输送高差混油模型研究[J]. 石油大学学报(自然科学版), 2003, 27(6): 65-67
- [2] 陆金甫, 刘晓遇, 杜正平. 对流占优扩散问题的一种特征差分方法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2002, 42(8): 1126-1128
- [3] 卢旋珠. 时间分数阶对流——扩散方程的有限差分方法[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2004, 32(4): 423-426
- [4] 阴继翔, 李国君, 李卫华. 对流扩散方程不同格式的数值稳定性分析[J]. 太原理工大学学报, 2004, 35(2): 121-125
- [5] 由同顺. 求解对流扩散方程的一致高精度非振荡特征差分方法[J]. 工程数学学报, 2002, 19(2): 57-62
- [6] 张智, 骆清铭, 曾绍群, 等. 解二维时间相关光子扩散方程的交替方向隐式法[J]. 计算物理, 2003, 20(4): 359-342
- [7] 康正凌, 宫敬. 管道顺序输送的混油研究[J]. 油气储运, 2002, 21(5): 1-4, 44
- [8] 赵会军, 张青松, 张国忠, 等. 基于PHOENICS的顺序输送大落差管道混油研究[J]. 石油天然气学报, 2006, 28(4): 139-142